

中学数学 ハイレベル問題にチャレンジ!

No. 7

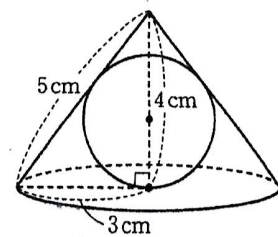
単元： 中1 空間図形

2 右の図のように、底面の半径が3 cm、母線の長さが5 cm、高さが4 cmの円錐の中に、底面と側面に接する球が入っている。次の問いに答えよ。

[福岡大附大濠高・改]

□(1) 円錐の表面積を求めよ。

□(2) 球の表面積を求めよ。



解答

(1) $24\pi \text{ cm}^2$

(2) $9\pi \text{ cm}^2$

(1) 円すいの表面積 = 側面積 + 底面積

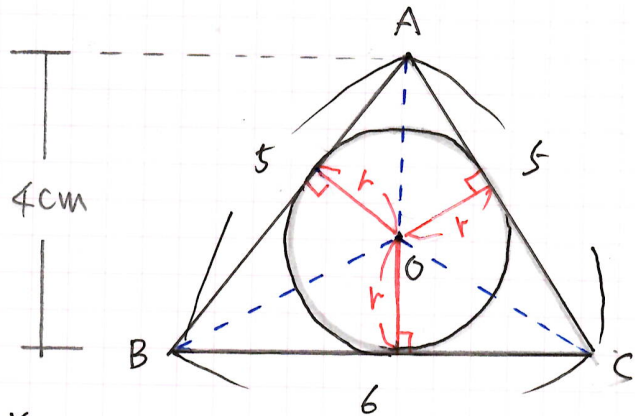
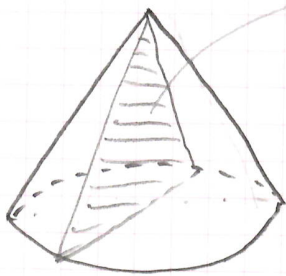
$$\begin{aligned} \text{側面積} &= \text{母線} \times \text{底面の半径} \times \pi \\ &= 5 \times 3 \times \pi = 15\pi \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{底面積} &= \text{半径}^2 \times \pi \\ &= 3^2 \pi = 9\pi \end{aligned}$$

$$\text{よって } 15\pi + 9\pi = \underline{24\pi (\text{cm}^2)}$$

(2)

頂点と底面の直径を通る面を考える。



球の半径を r とすると、

$$\triangle AOB = \frac{1}{2} \times 5 \times r = \frac{5}{2}r$$

$$\triangle AOC = \frac{1}{2} \times 5 \times r = \frac{5}{2}r$$

$$\triangle OBC = \frac{1}{2} \times 6 \times r = 3r$$

$$\triangle AOB + \triangle AOC + \triangle OBC = \frac{5}{2}r + \frac{5}{2}r + 3r = 8r \dots \textcircled{1}$$

$$\text{一方 } \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 6 \times 4 = 12 \dots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} = \textcircled{2} \text{ なので、 } 8r = 12 \quad r = \frac{3}{2}$$

$$\text{よって球の表面積は } 4 \times \pi \times \left(\frac{3}{2}\right)^2 = 4\pi \times \frac{9}{4} = \underline{9\pi} //$$